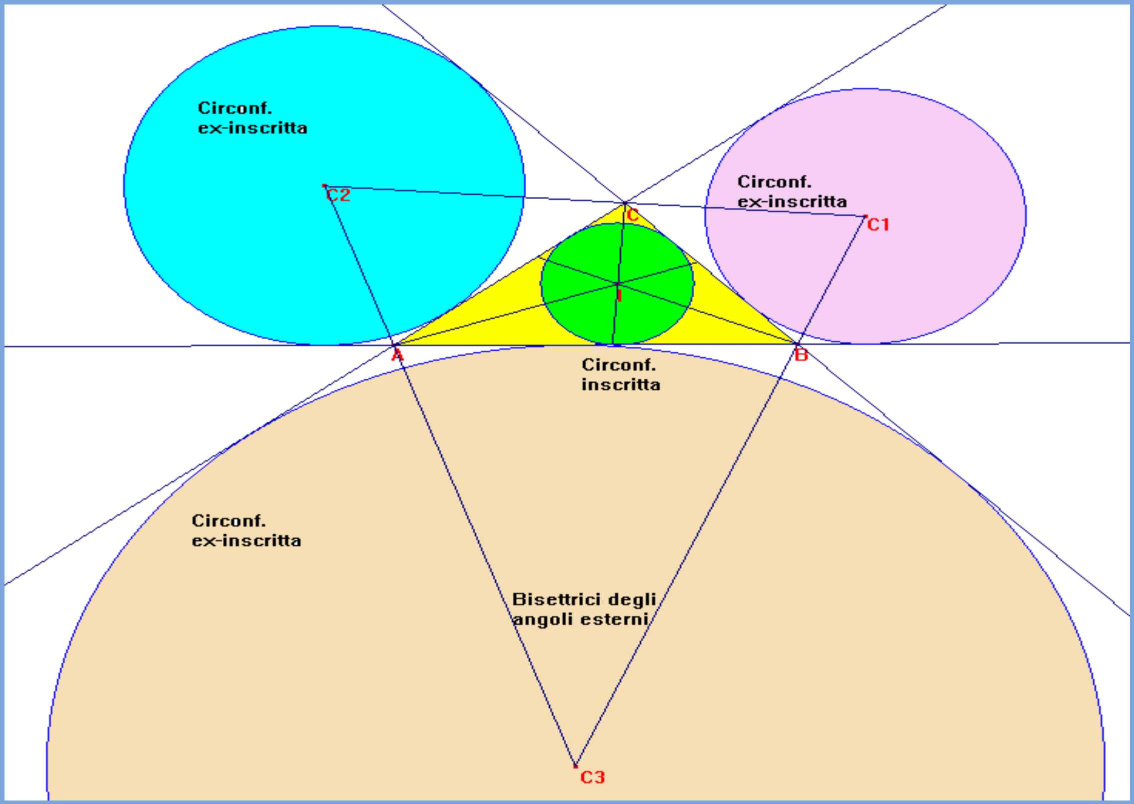
Raggio della circonferenza ex-inscritta ad un triangolo

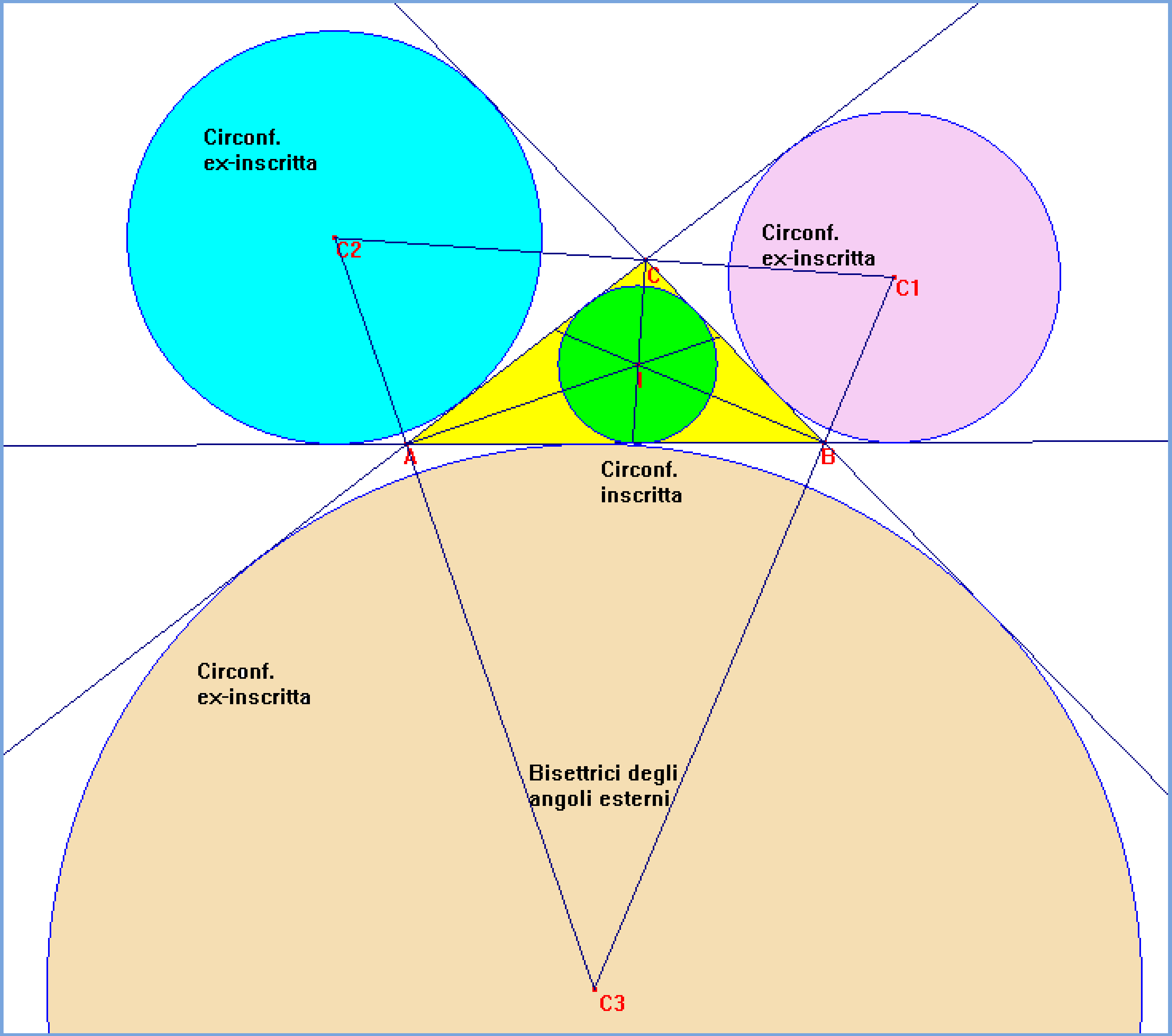
Che cos'è?

- Una circonferenza ex-inscritta ad un triangolo è una circonferenza tangente ad un lato e ai prolungamenti degli altri due.



Elementi

- Ogni triangolo ammette tre circonferenze ex-inscritte
- Il loro raggio è noto come ex-raggio
- I loro centri si dicono ex-centri, e sono dati dall'intersezione della bisettrice di un angolo interno al triangolo e le bisettrici degli angoli esterni agli altri due.
- Ogni triangolo possiede tre ex-centri ad esso esterni

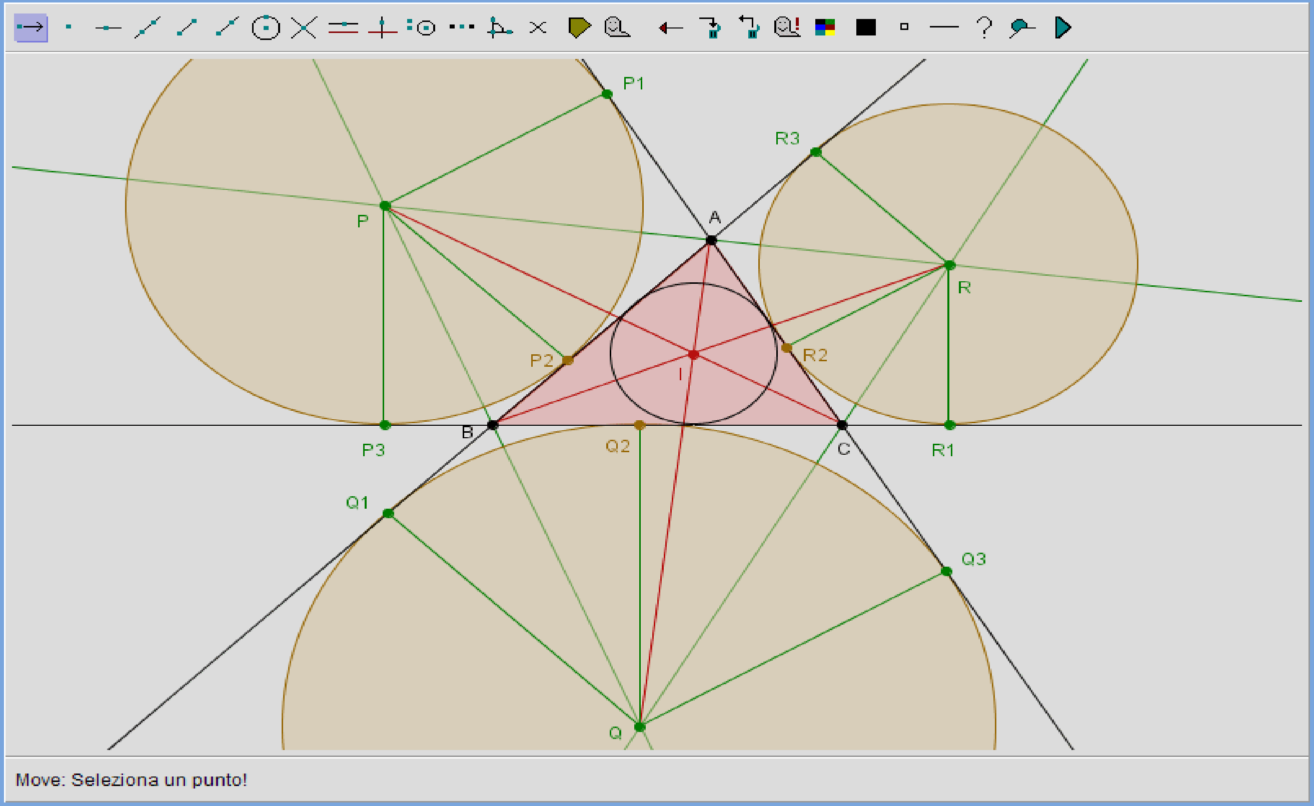

Circonf.
ex-inscritta
C2
Circonf.
ex-inscritta
C1
C
I
A
B
Circonf.
inscritta
Circonf.
ex-inscritta
Bisettrici degli
angoli esterni
C3

TEOREMA

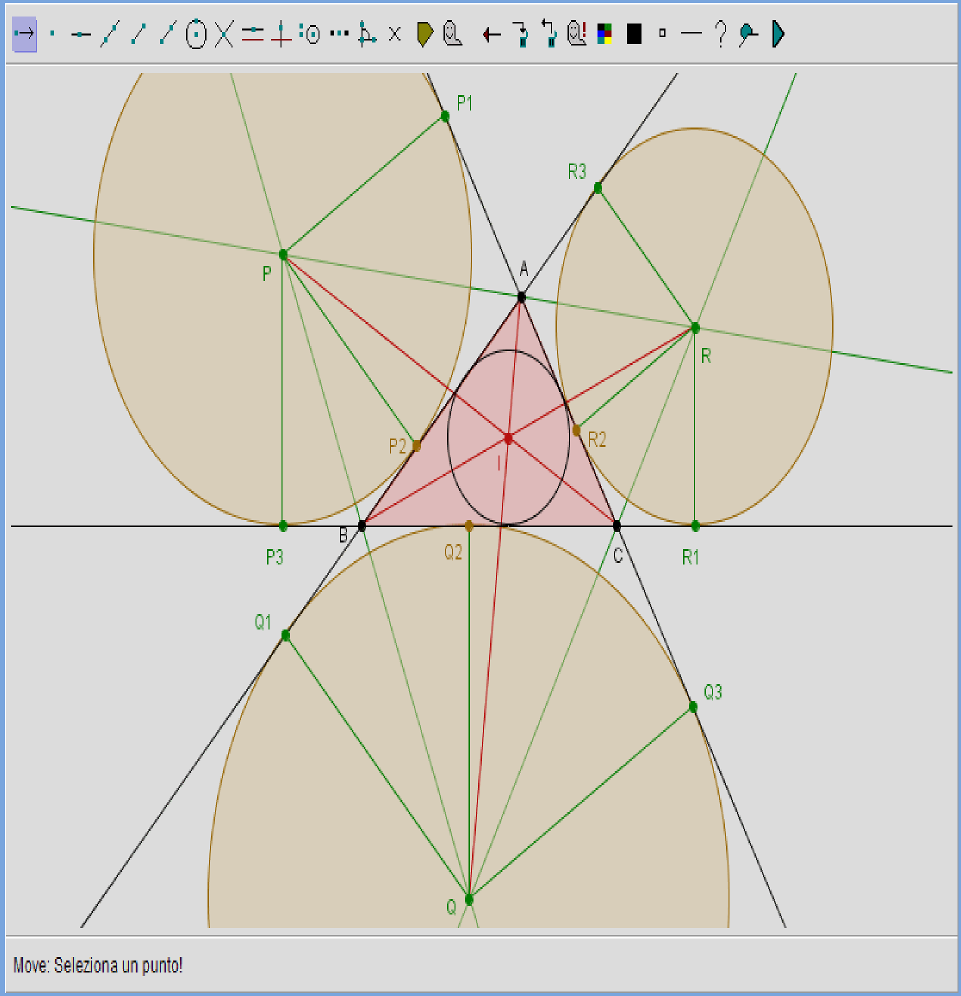
- Le bisettrici di due angoli esterni di un triangolo si intersecano in un punto che appartiene alla bisettrice del terzo angolo.

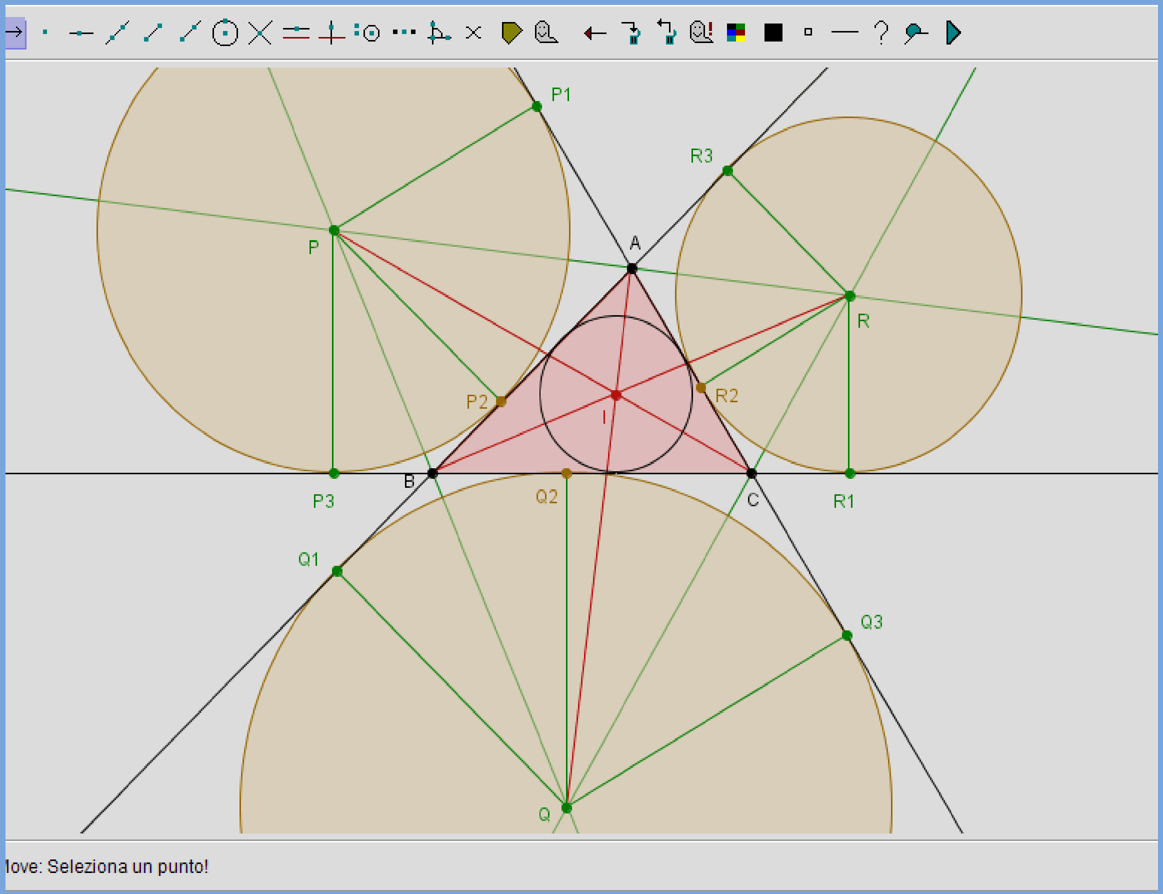
Dimostrazione

❖ Consideriamo il triangolo PQR, avente per vertici i centri delle tre circonferenze ex-inscritte al triangolo ABC



- I lati di PQR sono costituiti dalle bisettrici degli angoli esterni di ABC.
- Ogni punto di PQ è equidistante alle rette contenenti i lati AB e BC.
- Ogni punto di QR è equidistante dalle rette contenenti i lati BC e CA.





Si dimostra quindi…

Il punto Q di conseguenza deve avere la stessa distanza dai tre lati ,distanza che costituisce il raggio della circonferenza ex-inscritta di centro Q. Per questo motivo Q possiede la medesima distanza dalle rette AB e AC ossia deve appartenere alla bisettrice dell’angolo interno di A. C.V.M

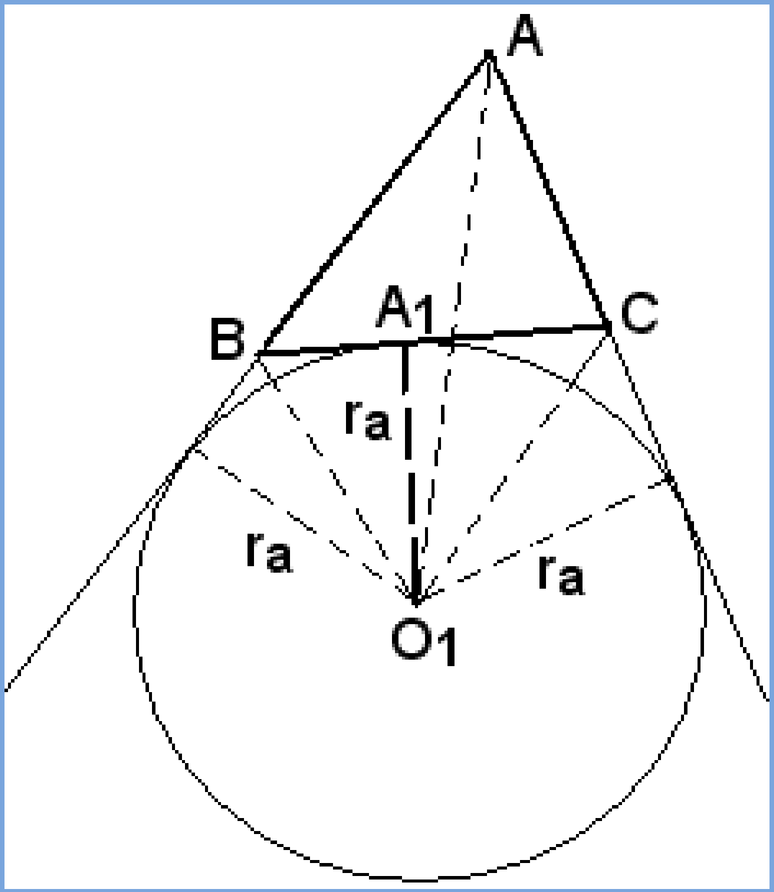
Misura dei raggi delle circonferenze ex-inscritte ad un triangolo,note le misure dei lati.

Teorema

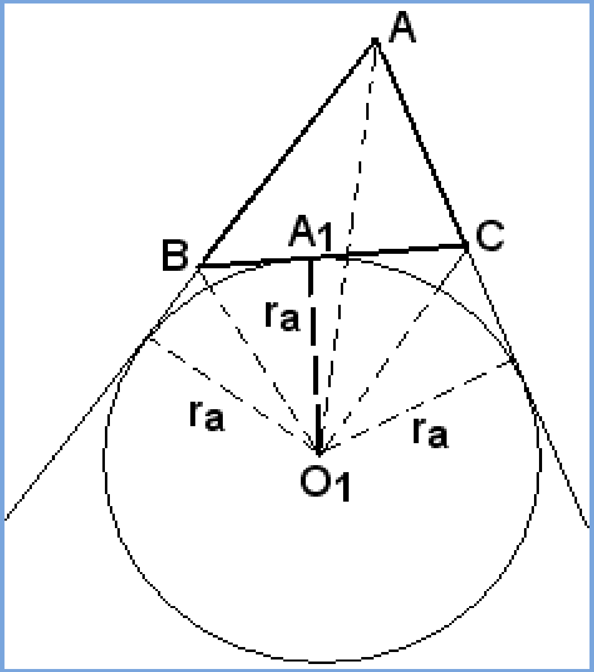
- La misura del raggio della circonferenza ex-inscritta ad un triangolo,relativa ad un lato,è uguale al rapporto tra l'area del triangolo e la differenza tra il semiperimetro del triangolo e la misura del lato considerato.
- ra= A/p-a ⟶ Con ra come misura del raggio del cerchio ex-inscritto al triangolo ABC e tangente al lato BC,di misura a.

Dimostrazione

- Detto O il centro del cerchio ex-inscritto tangente al lato BC,si congiunga tale punto con i vertici A, B e C.
- L'area del triangolo ABC è data da: area(ABO)+area(ACO)-area(BOC)



Si dimostra..



- Essendo ra la misura dell’altezza di ciascun triangolo ,considerando come base, rispettivamente i segmenti AB, AC e BC si ha → A=1/2cra+1/2bra-1/2ara=b+c-a/2 ra = $\boxed{\text{(p-a)ra}}$ → $\boxed{\text{ra=A/p-a}}$

C.V.D

Formule riassuntive

1. $ra = A/p - a$
2. $rb = A/p - b$
3. $rc = A/p - c$

Realizzato da:
Beatrice Santangelo
Ettore Cardella